

Modélisation déclarative en synthèse d'images : traitement semi-qualitatif des propriétés imprécises ou vagues

Emmanuel DESMONTILS

IRIN, Université de Nantes
2, Rue de la Houssinière
BP 92208
44322 Nantes Cedex 3
desmontils@irin.univ-nantes.fr

Daniel PACHOLCZYK

LERIA, Université d'Angers,
2, Boulevard Lavoisier
49045 Angers Cedex 01
pacho@univ-angers.fr

Résumé : L'objectif de cette étude est de proposer un modèle de représentation des propriétés imprécises ou vagues en modélisation déclarative. Elles sont traitées d'une manière semi-qualitative. Sur ces propriétés portent des modificateurs et des opérateurs flous génériques. A travers cette modélisation, nous proposons aussi une solution linguistique à la négation d'une propriété.

Mots-clés : synthèse d'image, modélisation déclarative, propriétés imprécises ou vagues, ensembles flous, modificateurs génériques, opérateurs flous génériques, négation linguistique.

1. Introduction

En synthèse d'images et en CAO, la *modélisation impérative* est la méthode classique de conception des scènes. Le travail initial du concepteur est alors long et complexe, car il doit d'abord, à partir des spécifications abstraites mises à sa disposition (propriétés géométriques, physiques ou topologiques...), concevoir tous les objets. Il les traduit ensuite sous forme de modèles numériques en utilisant des *modeleurs géométriques*. Contrairement à la modélisation impérative, la *modélisation déclarative* ([LMM89]) se propose de simplifier la conception d'une *scène* (ou *forme*) en prenant à sa charge la construction (Cf. figure 1: la zone grisée correspond aux actions effectuées par le système et la blanche celles effectuées par l'utilisateur).

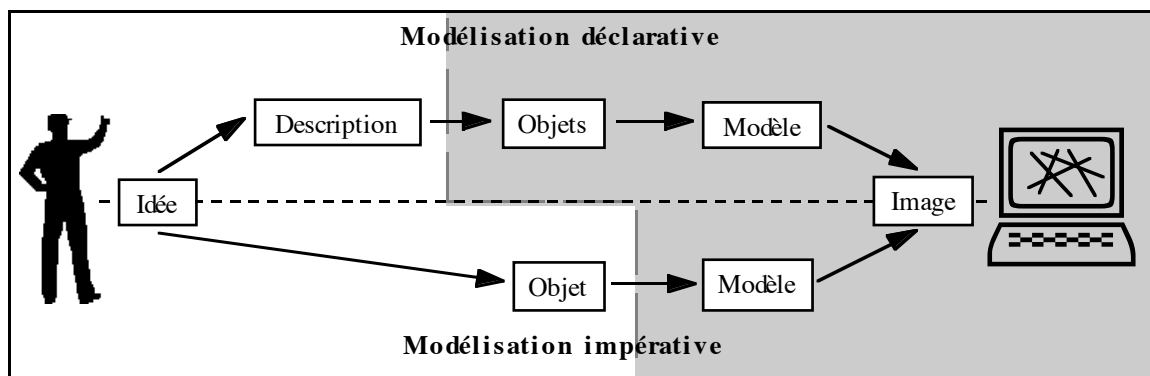


Figure 1. Les méthodes déclaratives et impératives

Le concepteur fournit une *description* (*ensemble de propriétés*) par le médium le plus adapté. Le modelleur explore alors *l'univers des formes potentielles* (noté U_f) et sélectionne celles qui se rapprochent le plus de la description. Le concepteur n'a plus qu'à choisir, à l'aide d'outils appropriés, la ou les scènes convenables ([LDe96]). La modélisation déclarative facilite le travail du concepteur d'images en se plaçant à un plus haut niveau d'abstraction. Le concepteur se trouve ainsi libéré des calculs et peut entièrement se concentrer sur la phase de création. La *propriété*, trait caractéristique de la scène par rapport à un concept donné, est donc une notion centrale en modélisation déclarative. Plusieurs auteurs (dont [Col92] et [Chau94]) ont proposé des formalismes basés sur la manipulation d'intervalles classiques. Toutefois, ils ne semblent pas suffisamment universels, car ils restent très dépendants des propriétés sur lesquelles ils portent. Seul [Dje91] a tenté d'introduire dans son formalisme les ensembles flous, sans les exploiter complètement. L'idée de modificateurs génériques, indépendants des propriétés, apparaît dans [Chau94] en modélisation spatiale déclarative ainsi que dans ([BFo91], [Of94], [MBF96]) pour la construction de capteurs flous. L'information sous-jacente étant évaluée de façon numérique, nous n'avons pas utilisé un modèle symbolique de représentation de l'imprécis comme dans [Pacd92a]. Notre approche de *nature semi-qualitative* fait appel à la *théorie des ensembles flous de Zadeh* ([Zad65]) pour concevoir les propriétés tout en généralisant la construction de modificateurs indépendants de ces propriétés. On peut en trouver les premiers résultats dans ([Des95], [Des96], [DPa96]).

Dans cet article, nous proposons un cadre formel de représentation des propriétés imprécises des concepts conduisant de façon satisfaisante à l'élaboration d'une scène. Dans la section 2, nous posons les définitions de base définissant des scènes *via* des concepts. A chacun d'entre-eux est attaché un certain nombre de propriétés. Nous nous intéressons, à la section 3, à la formalisation des *propriétés dites simples*, c'est-à-dire des énoncés du type « x est $m_\alpha P_{ik}$ », soit encore des énoncés comportant des *propriétés* P_{ik} sur lesquelles opèrent des *modificateurs* m_α . Les *opérateurs flous* f_α introduits à la section 4 nous conduiront à la représentation d'une forme très générale de propriété simple, à savoir l'énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » où f_α est un opérateur flou sur la propriété simple $m_\beta P_{ik}$. Le point délicat abordé à la sections 5 concerne la représentation, en termes de propriétés simples, de la négation qui apparaît dans « x n'est pas A ». Notre étude, volontairement restreinte aux propriétés simples, montre bien que la théorie des ensembles flous est un outil tout à fait adapté, en modélisation déclarative, à la formalisation des propriétés comportant de l'imprécision.

2. Concept, Domaine et propriétés

Introduisons les définitions de base nécessaires à la description des scènes en synthèse d'images.

2.1. Concept et domaine associé

Définition 1 . : Une scène est caractérisée par plusieurs *concepts* C_i ($i \in JCN$). Pour le concept C_i , le *domaine de description* D_i est l'ensemble des valeurs qu'il est susceptible de recevoir.

- Exemple : Dans le projet FiloFormes ([Paj94]), les *scènes* constituant l'univers sont des *configurations de segments de droite dans un plan*. Ce plan est représenté par une grille $n \times m$. Les segments sont disposés dans cette grille. Un des objectifs de ce projet est de produire des jeux d'essai raisonnés pour des algorithmes de visualisation en synthèse d'images pour contrôler les évaluations et mesurer l'impact des différentes améliorations que l'on peut mettre en œuvre [Luc94]. Une scène composée de segments dans un plan peut être caractérisée par : le nombre de segments qu'elle comporte, la longueur de la configuration ou des composantes verticales et horizontales, le nombre d'intersections, la densité, le degré moyen de recouvrement... Le domaine de description concernant le nombre de segments de la configuration est alors $[0 .. \text{MaxSegment}]$.

Définition 2 . : Le *type d'un domaine* de description est le type des valeurs de ce domaine.

Définition 3 . : La *mesure d'un domaine* D_i est une fonction de U_f dans D_i définie comme-suit :

$$\begin{aligned} m_{D_i} : U_f &\rightarrow D_i \\ f &\mapsto d_{ij} \in D_i \end{aligned}$$

- Exemple : La scène étant constituée de segments dans un plan, pour le domaine de description concernant le nombre de segments, nous avons $m_{\text{Nb Segments}} : \text{Plan} \mapsto nb \in [0 .. \text{MaxSegments}]$.

2.2. Propriétés d'un concept

Définition 4 . : A chaque concept C_i est associé un ensemble de propriétés P_{ik} se référant au domaine D_i .

- Exemple : Pour le concept $C_i =$ « Nombre d'intersections » concernant le nombre d'intersections entre les segments du plan, de domaine $D_i = [0 .. \text{MaxIntersections}]$, l'ensemble des propriétés P_{ik} peut être {faible, moyen, important...} (Cf. Figure 2).

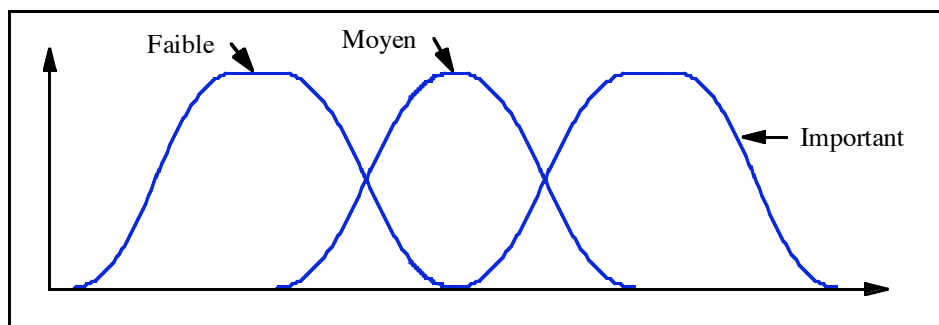


Figure 2. Domaines concernant le nombre d'intersections

- Remarque : Etant donné que *ces propriétés sont souvent de nature imprécise ou vague*, la théorie des sous-ensembles flous nous permet de les représenter de manière satisfaisante. Signalons que ces *propriétés* peuvent être *simples* (sur un objet), *relatives* (entre deux objets), de *comparaison* ou *complexes* (plusieurs objets sont en cause).

L'étude présentée ici se limite aux propriétés simples, c'est-à-dire ne faisant référence qu'à un seul objet. Les autres types de propriétés ont déjà été abordés ([Des95] et [Des96]) et sont actuellement à l'étude dans un cadre formel beaucoup plus général.

3. Propriétés simples

On peut maintenant préciser le cadre formel de représentation des propriétés simples.

3.1. Le concept de modificateur d'une propriété de base

Définition 5 . : Soit P_{ik} une propriété d'un concept C_i caractérisant une scène. Une *propriété simple* est un énoncé du type « x est $m_\alpha P_{ik}$ », où m_α est un *opérateur de modification*, ou *modificateur*, de la propriété P_{ik} appelée *propriété de base*.

- **Exemple :** La propriété de base étant « importante », le modificateur étant « très », une propriété simple relative à la longueur de la configuration (la somme des longueurs de tous les segments de la scène) peut être « x est très importante ».

3.2. Les modificateurs retenus

Les modificateurs possibles sont très nombreux. Nous avons restreint notre choix à un ensemble de P modificateurs, noté : $\mathcal{M}_P = \{m_\alpha \mid \alpha \in [1..P]\}$, pour lesquels existe la relation d'ordre total suivante : $m_\alpha \leq m_\beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$. \mathcal{M}_P comporte un modificateur particulier noté « normalement » ou « \emptyset ». C'est l'opérateur par défaut ou modificateur vide. Ainsi, un énoncé de la forme « x est P_{ik} » est équivalent à l'énoncé d'une propriété simple « x est $\emptyset P_{ik}$ » ou « x est normalement P_{ik} ». Il est donc implicite dans l'énoncé « x est important ». Dans ce travail, nous avons utilisé l'ensemble suivant : $\mathcal{M}_7 = \{\text{extrêmement peu, très peu, assez peu, normalement, assez, très, extrêmement}\}$ (Cf. figure 3).

3.3. Caractérisation d'une propriété simple

Dans le contexte retenu, les propriétés simples sont vagues ou imprécises. Nous avons choisi de les représenter en utilisant la théorie des ensembles flous ([Zad65], [DPr93]).

Parmi les propriétés, certaines n'acceptent que le modificateur vide. En effet, on ne peut pas dire « le nombre de segments est très premier ». Par contre, on peut dire « le nombre de segments est très important ».

Définition 6 . : Les propriétés acceptant d'autres modificateurs que « \emptyset » sont appelées des *propriétés modifiables*.

On peut retenir le postulat suivant : une propriété modifiable est toujours une propriété définie à l'aide d'un intervalle flou. Nous pouvons même ajouter que celles représentées par un intervalle classique ne sont pas modifiables. *Dans tout ce qui suit, nous supposons les propriétés modifiables.*

Comme dans la théorie des ensembles flous, une propriété de base est représentée par un ensemble flou. Pour faciliter le traitement, la fonction d'appartenance d'une propriété de base modifiable P_{ik} d'un concept C_i définie sur un domaine D_i est une fonction L-R, à support compact, définie par $\langle \alpha, a, b, \beta \rangle$ et deux fonctions L et R ([Bou93], [Ton95]). P_{ik} est définie par $\{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}\}$.

Une propriété simple est représentée par un ensemble flou dont la fonction d'appartenance sera la fonction d'appartenance de la propriété de base modifiée par l'opérateur de modification

- **Exemple :** Etant donné le concept « nombre d'intersections », l'application des modificateurs à la propriété de base « faible » donne les sous-ensembles flous rassemblés dans la Figure 3.

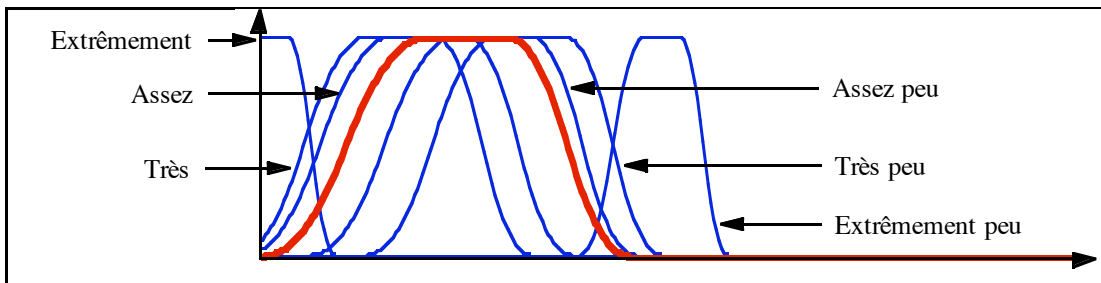


Figure 3. Modificateurs de la propriété de base « faible »

- **Remarque :** Dans cette figure, on peut noter un espace entre « très faible » (resp. « très peu faible ») et « extrêmement faible » (resp. « extrêmement peu faible »). Ceci rend compte du fait que « très très faible » (resp. « très très peu faible ») se place entre les deux. Cette propriété simple est construite par application du modificateur « très » sur la propriété simple « très faible » (resp. « très peu faible ») (Cf. §3.5).

3.4. Traitement d'une propriété simple

Etant donné l'énoncé « x est $m_\alpha P_{ik}$ », la solution retenue consiste à déterminer de façon simple et systématique la fonction d'appartenance de la propriété $m_\alpha P_{ik}$ en fonction de celle de P_{ik} par une opération simple de translation et de contraction.

Deux notions doivent être précisées, à savoir :

- la direction de la translation,
- l'amplitude de la modification qui va dépendre :
 - * de l'amplitude de la translation,
 - * de l'amplitude de la contraction.

3.4.1. Direction de la translation

La direction de la translation dépend du *signe de la propriété* (comportement de la fonction d'appartenance face aux modificateurs) et du *signe du modificateur* (sa place dans \mathcal{M}_p).

Définition 7. : Le *signe de* P_{ik} (+1, -1 ou 0) est celui de la direction suivie par les fonctions d'appartenance de $m_\alpha P_{ik}$ où $m_\alpha \in \mathcal{M}_p$ et α allant de 1 à P par rapport à la variable du domaine.

- Exemple : Pour le concept concernant la longueur de la configuration, nous avons :

« important » \Rightarrow +1, « faible » \Rightarrow -1 et « moyen » \Rightarrow 0.

Définition 8. : Une propriété P_{ik} est dite *positive* si son signe est +1. Elle est dite *negative* si son signe est -1 et *neutre* si le signe est 0.

Définition 9. : Le *signe d'un modificateur* m_α , noté $\text{signe}(m_\alpha)$, est défini dans \mathcal{M}_p comme-suit : $\text{signe}(m_\alpha) = 0$ si $m_\alpha = \emptyset$, $\text{signe}(m_\alpha) = +1$ si $\alpha > a$ et $\text{signe}(m_\alpha) = -1$ si $\alpha < a$.

Définition 10. : On peut maintenant définir la *direction de translation d'une propriété* $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} : $\text{Direction}(m_\alpha P_{ik}) = \text{signe}(m_\alpha) * \text{signe}(P_{ik}) \in \{-1, 0, +1\}$.

- Exemples :

« x est très important » : $\text{Direction}(\text{très important}) = \text{signe}(\text{très}) * \text{signe}(\text{important}) = +1 * +1 = +1$

« x est très faible » : $\text{Direction}(\text{très faible}) = \text{signe}(\text{très}) * \text{signe}(\text{faible}) = +1 * -1 = -1$

- Remarque : Le signe de la propriété simple est celui de la direction de translation. Autrement dit, le signe de « très important » est +1.

3.4.2. Amplitude de la modification

L'amplitude de la modification de la propriété simple $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} comprend une amplitude de translation et une amplitude de contraction.

Définition 11. : L'*amplitude de translation de la propriété simple* $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} vaut 0 pour $m_\alpha = \emptyset$ et croît avec l'éloignement de m_α par rapport à \emptyset dans \mathcal{M}_p . Sa valeur dépend de la sémantique de la propriété.

En conclusion, l'amplitude de la translation est fonction de la sémantique de la propriété et de la place du modificateur dans \mathcal{M}_p .

Définition 12. : L'*amplitude de la contraction de la propriété simple* $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} est nulle pour $m_\alpha = \emptyset$ et croît en fonction de l'éloignement de m_α par rapport à \emptyset dans \mathcal{M}_p . De plus, elle est proportionnelle à la taille du noyau et à la partie floue de P_{ik} .

3.4.3. Bilan sur le traitement d'une propriété simple

Nous avons vu que le modificateur m_α et la propriété de base P_{ik} interviennent aussi bien dans la direction de translation que dans l'amplitude de la modification. Afin de représenter ces participations, nous avons introduit un *coefficient de modification* et un *coefficient de translation élémentaire*.

Définition 13. : Le *coefficient de modification* k_α d'un modificateur m_α est un entier relatif tel que : $\text{signe}(k_\alpha) = \text{signe}(m_\alpha)$ et $|k_\alpha|$ est proportionnel à la distance de m_α par rapport à \emptyset dans \mathcal{M}_p .

- Remarque En pratique, pour $\mathcal{M}_p = \{\text{extrêmement peu, très peu, assez peu, } \emptyset, \text{ assez, très, extrêmement}\}$, nous avons choisi $\mathcal{K}(\mathcal{M}_p) = \{-6, -2, -1, 0, 1, 2, 6\}$. Ces valeurs sont conformes aux sémantiques relatives des différents modificateurs.

Définition 14. : Le *coefficient de translation élémentaire* τ_{ik} d'une propriété P_{ik} est un réel tel que : $\text{signe}(\tau_{ik}) = \text{signe}(P_{ik})$ et $|\tau_{ik}|$ est lié à la sémantique de la propriété.

- **Notation** : Sachant que $P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$, pour « x est $m_\alpha P_{ik}$ », on a :

- la direction de translation : $\text{signe}(k_\alpha) * \text{signe}(\tau_{ik})$,
- l'amplitude de translation : $|k_\alpha * \tau_{ik}|$,
- l'amplitude de la contraction : $|k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%|$ sur le noyau, $|k_\alpha| * 10\%$ sur les parties floues.

En d'autres termes :

$$m_\alpha P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha'_{ik}, a'_{ik}, b'_{ik}, \beta'_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$$

avec

$$\alpha'_{ik} = \alpha_{ik} * (1 - |k_\alpha| * 10\%), \beta'_{ik} = \beta_{ik} * (1 - |k_\alpha| * 10\%),$$

$$a'_{ik} = a_{ik} + k_\alpha * \tau_{ik} + \frac{1}{2} |k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%| \text{ et}$$

$$b'_{ik} = b_{ik} + k_\alpha * \tau_{ik} - \frac{1}{2} |k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%|.$$

- **Remarque** : Ce formalisme permet de rendre compte de la modification d'une propriété positive (« très important ») ou négative (« très faible ») par une translation et de traiter l'application d'un modificateur sur une propriété neutre comme « très moyen » où seule la contraction est présente.

3.5. Composition de modificateurs sur une propriété de base

L'application d'un modificateur m_α sur une propriété modifiable P_{ik} donne une propriété modifiable $m_\alpha P_{ik}$. Il est donc possible d'employer à nouveau un modificateur m_β . Il suffit d'utiliser l'équivalence :

$$\langle x \text{ est } m_\beta m_\alpha P_{ik} \rangle \Leftrightarrow \langle x \text{ est } m_\beta (m_\alpha P_{ik}) \rangle.$$

On peut donc construire des descriptions comme :

« La longueur de la configuration est très très importante », « La scène est très très peu remplie »...

- **Remarque** : En pratique, les possibilités d'applications successives de modificateurs sont assez restreintes. Nous pouvons, en fait, mettre en évidence les quatre règles suivantes :

- seuls les opérateurs « très » et « Ø » peuvent être répétés plusieurs fois dans un même énoncé.
- « très » porte sur une propriété simple de dernier modificateur « Ø », « très » ou « très peu ».
- on peut appliquer n'importe quel modificateur sur la propriété simple « Ø Propriété ».
- « très » est le seul modificateur s'appliquant à une propriété simple autre que « Ø Propriété ».

- **Remarque** : Pour appliquer un modificateur sur une propriété de base, il est nécessaire de connaître le signe de cette propriété. Lorsque la propriété de base est une propriété simple (composition de modificateurs), quel sera le signe de cette propriété ? Il est clair que le signe de $m_\alpha P_{ik}$ sera celui de la direction de translation. Afin de garder le formalisme cohérent, il convient alors de remplacer τ_{ik} par τ'_{ik} dans la formule de $m_\alpha P_{ik}$ du paragraphe précédent, tel que : $\tau'_{ik} = \text{signe}(k_\alpha) * \text{signe}(\tau_{ik}) * |\tau_{ik}|$.

4. Opérateurs flous sur une propriété

Il s'agit de gérer des opérateurs augmentant la précision ou l'imprécision d'une propriété simple.

4.1. Le concept d'opérateur flou d'une propriété simple

Définition 15. : Soit P_{ik} une propriété d'un concept C_i caractérisant une scène. Une *propriété simple modifiée par un opérateur flou* est un énoncé du type : « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » où f_α est un opérateur flou sur la propriété simple $m_\beta P_{ik}$.

4.2. Les opérateurs flous retenus

Les opérateurs flous possibles étant très nombreux, nous avons restreint notre choix à un ensemble noté $\mathcal{F}_Q = \{f_\alpha \mid \alpha \in [1..Q]\}$ muni de la relation d'ordre total : $f_\alpha \leq f_\beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$. \mathcal{F}_Q comporte un opérateur par défaut noté « Ø_f ». Nous avons choisi l'ensemble $\mathcal{F}_6 = \{\text{exactement, vraiment, plus ou moins, environ, vaguement}\}$. Ces opérateurs flous sont appliqués aux propriétés modifiables.

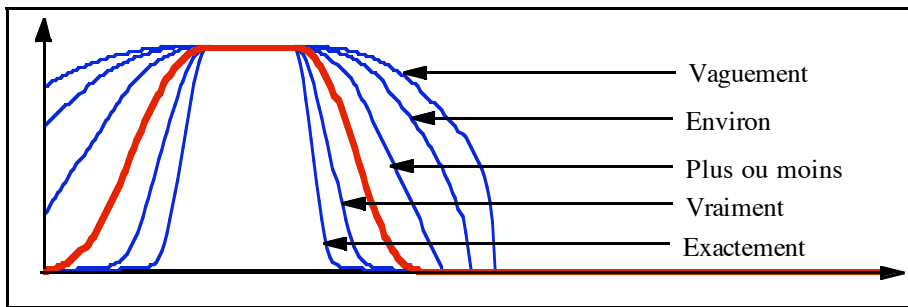


Figure 4. Opérateurs flous appliqués à la propriété simple « Ø faible »

- **Exemple** : Pour le concept « nombre d'intersections », l'application des opérateurs flous à la propriété de base « faible » donne les sous-ensembles flous rassemblés dans la Figure 4.

4.3. Traitement d'un opérateur flou sur une propriété simple

Etant donné l'énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ », la solution retenue consiste à déterminer de façon simple et systématique la fonction d'appartenance de la propriété $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ en fonction de celle de $m_\beta P_{ik}$ par une opération simple de contraction ou de dilatation (Cf. Figure 4).

- **Remarque** : Les opérateurs flous sont issus des opérateurs de contraction et de dilatation classiques. Ils ne dépendent pas de la sémantique de la propriété et en particulier de son signe.

4.3.1. Contraction ou dilatation

Définition 16. : L'ordre d'un opérateur flou f_α , noté $\text{ordre}(f_\alpha)$, est défini dans \mathcal{F}_Q comme-suit : $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$ si $f_\alpha = \emptyset_f$, $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$ si $\alpha > a$ et $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$ si $\alpha < a$. Donc, si $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$, il y a dilatation, et si $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$, il y a contraction. Si $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$, la propriété simple reste inchangée.

4.3.2. Amplitude de la modification

Définition 17. : L'amplitude de la modification d'une propriété simple $m_\beta P_{ik}$ par un opérateur flou f_α vaut 1 pour $f_\alpha = \emptyset_f$ et croît avec l'éloignement de f_α par rapport à \emptyset_f dans \mathcal{F}_Q .

4.3.3. Bilan sur l'application d'un opérateur flou

Un opérateur flou contracte ou dilate la fonction d'appartenance de la propriété simple. Afin de représenter cette action de modification, nous avons introduit un *coefficient de flou*.

Définition 18. : Le *coefficient de flou* j_α associé à un opérateur flou f_α est un réel tel que : $j_\alpha = 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$, $j_\alpha > 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$ et $0 < j_\alpha < 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$. De plus, $j_\alpha^{\text{ordre}(f_\alpha)}$ est proportionnel à la distance de f_α par rapport à \emptyset_f dans \mathcal{F}_Q .

- **Remarque** En pratique, pour $\mathcal{F}_6 = \{\text{exactement, vraiment, } \emptyset_f, \text{ plus ou moins, environ, vaguement}\}$, nous avons choisi $\mathcal{J}(\mathcal{F}_6) = \{4^1, 2^1, 1, 2^{-1}, 4^{-1}, 6^{-1}\}$. Ces valeurs sont conformes aux sémantiques relatives des différents opérateurs.

La propriété simple $m_\beta P_{ik}$ étant définie par $\{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$, l'application d'un opérateur flou f_α sur cette propriété permet d'obtenir un énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » qui a pour fonction d'appartenance : $f_\alpha m_\beta P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha'_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta'_{ik} \rangle, L'_{ik}, R'_{ik}, \tau_{ik}\}$ avec

$$\begin{aligned} L'_{ik} &= L_{ik}^{j_\alpha}, & R'_{ik} &= R_{ik}^{j_\alpha} & \beta'_{ik} &= \beta_{ik} * (1 - j_\alpha * 10\%) \text{ si } j_\alpha > 1, \\ \alpha'_{ik} &= \alpha_{ik} * (1 - j_\alpha * 10\%) \text{ si } j_\alpha > 1, & & & \beta_{ik} * (1 + 1/j_\alpha * 10\%) \text{ si } 0 < j_\alpha < 1, \\ & \alpha_{ik} * (1 + 1/j_\alpha * 10\%) \text{ si } 0 < j_\alpha < 1, & & & \beta_{ik} \text{ si } j_\alpha = 1. \\ & \alpha_{ik} \text{ si } j_\alpha = 1. & & & \end{aligned}$$

5. Négation d'une propriété

Dans cette section, nous nous intéressons à l'interprétation qu'un locuteur souhaite donner à un énoncé comme « le nombre d'intersections n'est pas très faible », soit de façon plus formelle, un énoncé du type « x n'est pas A » où A est une propriété imprécise ou vague. Pour les linguistes, « ne pas être A » n'équivaut pas, en général, à la propriété logique « être non-A » qui en termes de sous-ensembles flous est définie à partir de A. Ceci résulte du fait que la propriété logique « non-A » n'a pas, en général, de signification dans le langage naturel. Le locuteur veut ainsi traduire le fait qu'un objet satisfait à un certain degré une propriété P du même domaine que A. Pour notre locuteur l'exemple initial signifie que « le nombre d'intersections est vraiment important ». En d'autres termes, un énoncé de négation équivaut alors à une affirmation se référant à une propriété simple. Notre étude étant principalement consacrée aux propriétés simples, l'objectif visé est donc la recherche de l'énoncé « x est P » considéré, par notre locuteur, comme implicitement équivalent à l'énoncé « x n'est pas A ».

5.1. La négation logique d'une propriété simple

Définition 19. : La *négation logique* d'un énoncé du type « x est A », où A est une propriété simple, est l'énoncé « x est non-A », où « non » correspond à l'opérateur de complémentation dans la théorie des ensembles flous. Par abus de langage, on le traduit encore sous la forme « x n'est pas A ».

Du point de vue de la fonction d'appartenance, on sait que l'on a alors :

$$\mu_{\langle x \text{ est non-A} \rangle} = 1 - \mu_{\langle x \text{ est A} \rangle} = \mu_{\langle x \text{ n'est pas A} \rangle}$$

5.2. L'interprétation linguistique d'une propriété simple

Définition 20. : L'interprétation linguistique d'un énoncé du type « x est A », où A est une propriété simple, est souvent considérée par les linguistes comme la *disjonction des propriétés* :

- « x est $\emptyset_f A$ »,
- « x est vraiment A » et
- « x est plus ou moins A ».

L'ensemble des *opérateurs flous* se décompose pratiquement en deux ensembles \mathfrak{G}_1 et \mathfrak{G}_2 tels que :

- $\mathcal{F}_Q = \mathfrak{G}_1 \cup \mathfrak{G}_2$,
- \mathfrak{G}_1 est l'ensemble des opérateurs flous « sous-entendus » par l'énoncé « x est A », et
- \mathfrak{G}_2 est le complémentaire de \mathfrak{G}_1 dans \mathcal{F}_Q .

Il en résulte alors que : « x est A » \Leftrightarrow { « x est $f_\alpha A$ » avec $f_\alpha \in \mathfrak{G}_1$ }.

- Exemple (dans \mathcal{F}_Q) : On obtient dans ce cas : $\mathfrak{G}_1 = \{\text{plus ou moins, vraiment, } \emptyset_f\}$ et $\mathfrak{G}_2 = \{\text{exactement, environ, vaguement}\}$. Dans ces conditions, l'énoncé « x est faible » a pour traduction linguistique « x est plus ou moins faible » ou « x est vraiment faible » ou encore « x est \emptyset_f faible ».

5.3. La négation linguistique d'une propriété simple

Définition 21. : La *négation linguistique* d'un énoncé du type « x est A » dans un domaine donné, notée « x n'est pas A », signifie déjà que l'on rejette toutes les interprétations de « x est A ». On fait ensuite référence à une autre des propriétés simples P de ce même domaine pour signifier que « x n'est pas A » équivaut à « x est P ».

En utilisant les concepts introduits précédemment et en se référant à l'interprétation linguistique donnée à l'énoncé « x est A », *nier* « x est A » dans un domaine donné, signifie que, tout en excluant les énoncés « x est $f_\alpha A$ » avec $f_\alpha \in \mathfrak{G}_1$, l'on retient comme interprétation de l'énoncé « x n'est pas A » *l'un des énoncés suivants* :

- « x est $f_\chi B$ » avec B une propriété simple du même domaine que A, avec $B \neq A$ (en particulier, la propriété de base est différente) et $f_\chi \in \mathcal{F}_Q$ ou
- « x est $f_\beta A$ » avec $f_\beta \in \mathfrak{G}_2$, ou enfin
- « x est $m_\delta A$ » avec $m_\delta \neq \emptyset$ et compatible avec les modificateurs de A.

- Exemple : Si dans le domaine du nombre d'intersections des segments dans le plan, on a les propriétés {faible, moyen, important}, quelques interprétations plausibles de « x n'est pas faible » peuvent être « x est très important » ou « x est vraiment moyen » ou « x est extrêmement faible » ou encore « x est exactement extrêmement faible ».

- Remarque : Notons que la réunion des supports des solutions possibles recouvre celui de l'énoncé « x est non-A ». Par conséquent, l'utilisation de la négation logique pour traduire simplement la négation linguistique d'une propriété simple, peut se justifier même si elle ne reçoit pas de signification sémantique dans un contexte d'imprécision des concepts : elle donne un sens à la réunion des solutions sans fournir le détail de ces composants.

5.4. Stratégie donnant la direction vers laquelle s'oriente « n'est pas »

Toute la difficulté réside dans l'implicite lié à la négation qui, par définition, ne précise pas explicitement la propriété P à laquelle on se réfère. Il est alors difficile de *préciser la direction dans laquelle s'oriente* « n'est pas ». Une *stratégie de recherche utilisant la notion de similarité ou le voisinage* [Pacd92b] peut être utilisée pour obtenir cette information dans le cas général. Celle-ci, actuellement en cours de réalisation, n'est pas abordée ici.

Nous pouvons, indépendamment de cette stratégie, apporter quelques éléments de réponses dans les cas les plus simples. En effet, on peut noter que les propriétés d'un concept, hormis les propriétés paramétrées qui sont généralement en nombre infini et donc pratiquement inexploitable, sont assez peu nombreuses. Nous pouvons examiner les trois cas les plus courants, c'est-à-dire les concepts avec une, deux ou trois propriétés précises, donc de nature booléenne, dans un contexte bien défini.

5.4.1. Catégorie linguistique

[DSc95] présente une notion intéressante : la *catégorie sémantique* ([Bro43], [Bro48], [Hje35], [Hje37]). Il est possible de définir les catégories sémantiques (pour nous, les concepts) à partir d'une catégorie maximale constituée des unités sémantiques (pour nous, les propriétés) suivantes :

- A) deux termes, I (positif) et F (négatif), disjoints présentant deux qualités incompatibles,
- B) un terme neutre M qui indique l'absence de l'une et l'autre de ces qualités (la non-application de la catégorie),
- C) un terme complexe C qui recouvre à la fois I et F (indique seulement l'application de la catégorie),
- D) deux termes IM et FM équivalents à C mais avec insistance soit sur I soit sur F.

Toutes les catégories sont construites avec un sous-ensemble des unités sémantiques de cette catégorie avec cependant des contraintes de symétries sur les éléments « signés ».

Du point de vue d'une description, il est clair que ce seront les éléments I, F et M qui seront le plus souvent présent. Ce sont les termes simple de base. Ce qui revient à pouvoir construire les catégories suivantes : {I}, {F}, {F, I} et {F, M, I}. Ceci justifie donc les trois cas que nous présentons maintenant sachant que les situations à deux propriétés sont les plus rares.

5.4.2. Concepts avec une seule propriété

Nous sommes dans le cas où pour un concept C_i , $P_i = \{P_{i1}\}$. L'utilisation du complément logique est ici évidente. Souvent, ce complémentaire peut être nommé en ajoutant au nom de la propriété un des préfixes suivant ([Mul91]) : « im », « in », « dé », « non- »... Ce qui fait que P_i s'écrit alors $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}\}$ avec $P_{i2} = \text{Non-}P_{i1}$. Le traitement de « x n'est pas P_{i1} » donne « x est non- P_{i1} » et réciproquement.

- Exemple : Pour décrire l'organisation des segments dans le plan, on peut définir un concept de densité dont le domaine ne contient que la propriété « dense ».

5.4.3. Concepts avec deux propriétés

Dans certains cas, la direction peut être trouvée à l'aide des notions de *marquage* et d'*antonyme* présentées dans [DSc95], [Mul91] et [Hor89]. Dans un catégorie sémantique, il arrive qu'un des deux termes soit utilisé comme unité sémantique mais aussi comme représentant la catégorie entière. Ce terme est dit *non marqué* car il désigne tantôt l'unité tantôt la catégorie. L'autre terme est dit *marqué*. Généralement, le terme marqué tend à indiquer l'absence du terme non marqué. C'est souvent l'unité négative de la catégorie (l'unité Yin). Par contre, le terme non marqué correspond souvent à l'unité positive (le Yang). Il a une valeur « favorable ».

Supposons qu'un concept C_i soit représenté par deux propriétés $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}\}$. Si l'on suppose que P_{i2} est marqué ou est l'antonyme négatif de P_{i1} , la négation de P_{i1} est alors équivalente à P_{i2} . En ce qui concerne la négation de P_{i2} , on peut utiliser le traitement classique car la relation n'est pas symétrique. Mais, on peut malgré tout utiliser le marquage et considérer que la négation est alors dirigée vers P_{i1} (on retrouve cette idée dans [DSc95] et [Mul91]). On en déduit alors un traitement presque classique sauf que les propriétés associées à la négation se trouvent seulement du côté de P_{i1} .

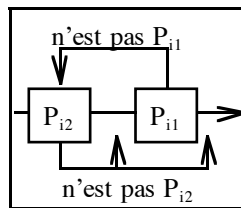


Figure 5. Négation pour un couple de propriétés marquées

- Remarque : Cette solution n'est possible que si l'on introduit la notion de gradation des propriétés du concept ([DSc95]). Cela revient à supposer une relation d'ordre total dans P_i , c'est-à-dire : $P_{i\alpha} \leq P_{i\beta} \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$.

5.4.4. Concepts avec trois propriétés

Supposons qu'un concept C_i soit représenté par trois propriétés $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}\}$. Si l'on arrive à déterminer un couple d'antonymes, on les traite comme au paragraphe précédent. La troisième propriété est alors traitée d'une manière standard.

- Exemple : Dans le domaine concernant le nombre de segments dans le plan, on définit aisément le triplet de propriétés suivant {faible, moyen, important}. Si l'on précise que « faible » est l'élément marqué négativement nous avons « n'est pas important » équivalent à « est faible ». Par contre, « n'est pas faible » est une propriété simple, probablement différente de « est important » mais du même côté que « est faible ».

6. Conclusion

Nous avons étudié un des aspects fondamentaux de la modélisation déclarative, à savoir la formalisation des propriétés. Le cadre formel présenté ici a été construit à l'aide de modificateurs ou d'opérateurs flous définis sur des ensembles flous. Il apparaît clairement que ce modèle peut largement contribuer au développement formel de la modélisation déclarative dans un contexte d'informations imprécises ou vagues évaluées de façon quantitative ou qualitative. Il semble d'autant plus prometteur qu'il sera apte à gérer des propriétés utilisant la négation. Signalons enfin qu'une application du projet FiloFormes basée sur ce formalisme est en cours d'implémentation.

Bibliographie

- [BFo91] E. Benoit, L. Foulloy, "Symbolic Sensors", AIMaC'91, Kyoto, 1991, pp 131-136
- [Bou93] B. Bouchon-Meunier, "*La logique floue*", PUF, Coll. Que sais-je, 1993
- [Bro43] V. Brondal, "*Essais de linguistique générale*", Copenhague, 1943
- [Bro48] V. Brondal, "*Les parties du discours : Etude sur les catégories linguistiques*", Copenhague, 1948
- [Chau94] D. Chauvat, "Le projet VoluFormes : un exemple de modélisation déclarative avec contrôle spatial", Thèse de doctorat, Nantes, Décembre 94
- [Col92] C. Colin, "Les propriétés dans le cadre d'une modélisation géométrique déclarative", MICAD 92, Paris, 1992, pp 75-94
- [Des95] E. Desmontils, "Formalisation des propriétés en modélisation déclarative à l'aide des sous-ensembles flous", Rapport de recherche IRIN-106, Nantes, Décembre 1995
- [Des96] E. Desmontils, "Une formalisation des propriétés en modélisation déclarative à l'aide des ensembles flous", 3IA'96, Limoges, 1996, pp 87-105
- [Dje91] N. Djedi, "Modélisation en synthèse d'images : utilisation d'une méthodologie déclarative", Thèse de doctorat, Toulouse, Novembre 1991
- [DPa96] E. Desmontils, D. Pacholczyk, "Apport de la théorie des ensembles flous à la modélisation déclarative en synthèse d'images", à paraître dans LFA'96, Nancy, 1996
- [DPr93] D. Dubois, H. Prade, "Ensembles flous, raisonnement et décision", Rapport IRT/93-52-R, Toulouse, Décembre 1993
- [DSc95] O. Ducrot, J.-M. Schaeffer et al., "*Nouveau dictionnaire encyclopédique des sciences du langage*", Editions du Seuil, Paris, 1995
- [Hje35] L. Hjelmlev, "La catégorie des cas (1)", Acta Jutlandica, 1935
- [Hje37] L. Hjelmlev, "La catégorie des cas (2)", Acta Jutlandica, 1937
- [Hor89] L. R. Horn, "*A Natural History of Negation*", The University of Chicago Press, Chicago, 1989
- [LDe96] M. Lucas, E. Desmontils, "Les modeleurs déclaratifs", Revue Internationale de CFAO et Infographie, volume 10, n°6/1995, 1996, pp 559-585
- [LMM89] M. Lucas, D. Martin, P. Martin et D. Plemenos, "Le projet ExploFormes : quelques pas vers la modélisation déclarative de formes", Journées AFCET-GROPLAN, Strasbourg, 1989, publié dans BIGRE, n° 67, janvier 1990, pp 35-49
- [Luc93] M. Lucas, "Conception assistée par ordinateur et modélisation déclarative de formes", Colloque PRIMECA, Châtenay-Malabry, Novembre 1993, pp 93-98
- [Luc94] M. Lucas, "A propos de la notion de complexité d'un ensemble de segments de droites dans le plan", Rapport de Recherche IRIN-45, Janvier 1994.
- [MBF96] G. Mauris, E. Benoit, L. Foulloy, "Fuzzy sensors : an overview", A paraître dans Fuzzy Set Methods in Information Engineering : A Guided Tour of Application, John Wiley, 1996
- [Mul91] C. Muller, "*La négation en français*", Publications romanes et françaises, Genève, 1991
- [Pac92a] D. Pacholczyk, "A new Approach to Vagueness and Uncertainty", CC-AI, Vol 9, Nu 4, 1992, pp 395-436
- [Pac92b] D. Pacholczyk, "Contribution au traitement logico-symbolique de la connaissance", Thèse d'état, Paris6, 1992.
- [Paj94] L. Pajot-Duval, "Modélisation déclarative de configurations de segments de droite : le projet FiloFormes", Thèse de doctorat, Nantes, Juin 1994
- [Oft94] Observatoire français des techniques avancées, "*Logique floue*", Masson, Paris, 1994
- [Ton95] J.-R. Tong-Tong, "*La logique floue*", Hermès, Paris, 1995
- [Zad65] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets, Information and Control", vol. 8, 1965, pp 338-353